Matematyczne inspiracje w szaradziarstwie

*Renata JURASIŃSKA**

Jest to zapis odczytu nagrodzonego Medalem Filca na LII Szkole Matematyki Poglądowej, Rynia 2014.

MATEMATYKA i SZARADZIARSTWO to dwie moje pasje. Stąd pomysł tytułu referatu, jaki wygłosiłam 29 sierpnia 2014 roku na **LII Szkole Matematyki Poglądowej** ***Matematyka a sztuki różne*** w Białobrzegach. O ile jednak nikomu nie trzeba tłumaczyć, co to jest *matematyka*, o tyle *szaradziarstwo* jest dla wielu pojęciem trochę tajemniczym, zacznę więc od krótkich wyjaśnień . . .

Co to jest szaradziarstwo?

Szaradziarstwo (fr. *charade* – szarada) to dziedzina wiedzy obejmująca teorię komponowania oraz praktyczną umiejętność rozwiązywania zadań szaradziarskich rozmaitego typu: łamigłówek, zagadek, krzyżówek, zadań logicznych, rysunkowych, szarad itp.

Barbara i Adam Podgórscy, „*Vademecum szaradzisty*”.

Co to jest matematyka rekreacyjna?

. . . Nie można oczywiście całej matematyki sprowadzać do zagadek, ale stanowią one bardzo ważną jej część. Wielu ludzi swoją przygodę z matematyką rozpoczęło właśnie od zadań tego typu . . .

Zdzisław Pogoda, fragment recenzji książki „*Ostatnie rozrywki*” Martina Gardnera.

. . . Sudoku, tetris [. . .] należą do tak zwanej matematyki rekreacyjnej, dziedziny pozwalającej w dość przyjemny sposób zajmować się nią i bawić, bez przykrego wrażenia, że gdzieś nam umyka jakaś ważna definicja . . .

Magdalena Galiczek, fragment recenzji książki „*Łamigłówki. Podróże w krainę matematyki rekreacyjnej*” Marka Penszko.

. . . Do wycieczek po [. . .] krainie łamigłówek i rekreacji matematycznych nie muszę szczególnie zachęcać. Szlaki są tłumnie uczęszczane od wielu lat z prostego powodu – pokonywanie przeszkód i zdobywanie szczytów może być przyjemne [...] także wówczas, gdy osiąga się to napinając, rozciągając i wyginając intelekt. Dodatkowym bodźcem jest świadomość, że takie ćwiczenia są tak samo pożyteczne dla umysłu, jak trening fizyczny dla mięśni . . .

Marek Penszko, przedmowa do książki „*Łamigłówki. Podróże w krainę matematyki rekreacyjnej*”.

Kilka definicji i trochę historii . . .

Kryptarytm (gr. *kryptós* = ukryty; *arythmos* = liczba) to zadanie szaradziarskie w postaci działania arytmetycznego, w którym cyfry zastąpiono literami. Zadaniem rozwiązującego jest odtworzenie owego działania. Takim samym literom powinny odpowiadać takie same cyfry, a różnym literom różne cyfry. Żadna z liczb wielocyfrowych nie może zaczynać się zerem. Po zastąpieniu liter cyframi powinno otrzymać się poprawne działanie. Zadanie powinno mieć dokładnie jedno rozwiązanie. Rolę liter mogą spełniać również inne symbole: figury szachowe, symbole kolorów karcianych itp.

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku 5/2010. Autor: **Andrzej Bartz**

Łamigłówki podobne do kryptarytmów znane były już w starożytnych Chinach (jako arytmetyka liter lub arytmetyka słów) i w średniowiecznych Indiach (zadania polegające na odtwarzaniu działań, w których wszystkie cyfry lub większość z nich zastąpiono gwiazdkami lub iksami).

W czasach nowożytnych pierwsze kryptarytmy zamieścił w 1924 roku *Strand Magazine* (miesięcznik beletrystyczny, który ukazywał się w Wielkiej Brytanii w latach 1890 – 1950. W Strand Magazine publikowali swe powieści i opowiadania m.in. Arthur Conan Doyle, Agatha Christie, Graham Greene, Rudyard Kipling, Georges Simenon, Lewis Carrol, Edgar Wallace).

*Uniwersytet Rzeszowski,
Aleja Rejtana 16c, 35-959 Rzeszów,
rjuras@ur.edu.pl

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku 11/2010.
Autor: **Andrzej Bartz**

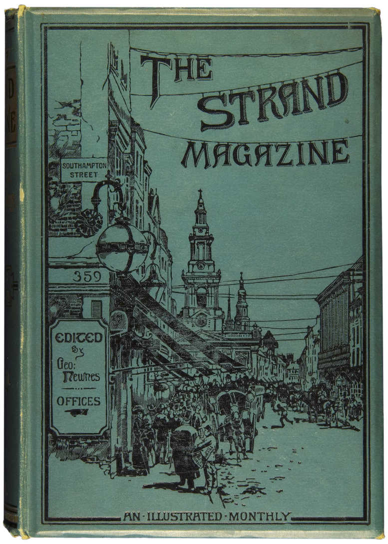
Henry Ernest Dudeney określił je mianem „arytmetyki werbalnej" (słownej) (**„verbal arithmetic"**). Dudeney i jego amerykański kolega po fachu **Sam Loyd** korespondowali przez pewien czas i wymieniali zadania, lecz Dudeney urwał wymianę listów i oskarżył Loyda o drukowanie jego zadań pod własnym nazwiskiem. Niektórzy (przede wszystkim „za oceanem") wciąż jednak przypisują Loydowi „pierwszeństwo".

W roku 1931 w wydawanym w Belgii francuskojęzycznym miesięczniku *Sphinx* (poświęconym w całości matematyce rekreacyjnej) **Maurice Vatriquant** wprowadził po raz pierwszy termin **crypt-arithmetic** (stąd nazwy **„kryptarytm"** i **„kryptarytmetyka"**).

Opublikował wtedy niepozornie wyglądające zadanie poprzedzając je opisem: *Kryptografowie, szyfrując teksty, zastępują litery cyframi. My postąpiliśmy na odwrót: cyfry w działaniu zastąpiliśmy literami, a zadaniem czytelników jest rozszyfrować działanie, tzn. ustalić, jakie cyfry ukrywają się pod poszczególnymi literami.*

Rozwiązanie: $A = 1, B = 2, C = 5, D = 3, E = 7, F = 8, G = 6, H = 4$. Mamy więc: $125 \times 37 = 4625$.

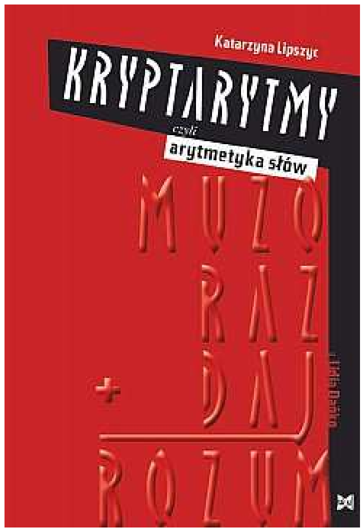
Alfametyk – kryptarytm, w którym cyfry zaszyfrowane są literami tworzącymi wyrazy powiązane znaczeniowo bądź też słowa składające się w sensowne frazy lub zdania. Termin ten (**„alphametic"**) wprowadził w 1955 roku w kanadyjskim czasopiśmie *Globe And Mail* **J. A. H. Hunter**.



Za najstarszy alfametyk uznawany jest (najpopularniejszy i najczęściej cytowany kryptarytm na świecie)

SEND + MORE = MONEY

(ang. *przyślij więcej pieniędzy*) autorstwa H. E. Dudeneya, który ukazał się w dziale łamigłówkowym brytyjskiego miesięcznika *The Strand Magazine* w roku 1924.



W polskiej prasie szaradziarskiej alfametyki pojawiają się niezbyt często, ale nakładem Wydawnictwa *Nowik* ukazała się w roku 2013 książeczka autorstwa **Katarzyny Lipszyc** *Kryptarytmy czyli arytmetyka słów* z rewelacyjnymi rysunkami **Lidii Dańko**.

Znajdziemy w niej wiele alfametyków podzielonych na kilka działów: *Łatwe*, *Trochę trudniejsze*, *Kryptarytmy – zdania* i *Układy równań* (a raczej układy kryptarytmów, gwarantujące jedyność rozwiązania). Niektóre z nich zostały zainspirowane konkretnymi wydarzeniami.

Alfametyk ułożony w 2009 roku z okazji stulecia urodzin Stanisława Jerzego Leca:

MYŚL + LECA + ŚMIGA = CELNIE.

Rozwiązanie: $A = 7, C = 1, E = 0, G = 2, I = 4, L = 6, M = 5, N = 8, \; = 9, Y = 3$. Mamy więc: $5396 + 6017 + 95427 = 106840$.

Inne są inspirowane matematyką...

MIŁE + MOIM + OCZOM + ZŁOTE = CIĘCIE.

Rozwiązanie: $2306 + 2432 + 41942 + 90456 = 137136$.

Jeśli wszystkie słowa w alfametyku są liczebnikami lub jego litery w inny sposób przedstawiają liczby (np. w zapisie rzymskim) oraz treść alfametyku jest „sensowna" (prawdziwa), to określa się go jako **„podwójnie prawdziwy"** (ang. *doubly true*).

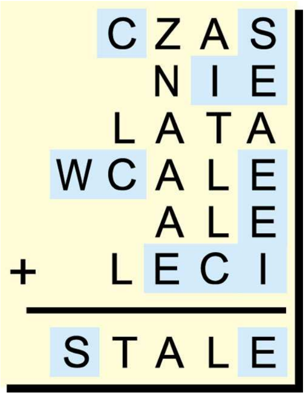
Podwójnie prawdziwy alfametyk autorstwa **Andrzeja Bartza**, *Journal of Recreational Mathematics*, 2005 – 2006:

$(\mathbf{FOUR})^3 + (\mathbf{FOUR})^3 = (\mathbf{FIVE})^3 + (\mathbf{ONE})^3 + (\mathbf{ONE})^3 + (\mathbf{ONE})^3$

(ang. $4^3 + 4^3 = 5^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3$).

Rozwiązanie: $FOUR = 1380, FIVE = 1725, ONE = 345$.

Jeśli alfametyk jest podwójnie prawdziwy, występują w nim wszystkie cyfry oraz ma jedno rozwiązanie, to nazywa się go **„idealnym podwójnie prawdziwym”** (ang. *ideal doubly true*).



Rozwiązanie:
$9067 + 213 + 4686 + 59643 + 643 + 4391 =$
$= 78643$.

Idealny podwójnie prawdziwy alfametyk autorstwa **Alana Wayne**, *The American Mathematical Monthly*, 1947:

FORTY + TEN + TEN = SIXTY

(ang. $40 + 10 + 10 = 60$).

Rozwiązanie: $29786 + 650 + 650 = 31486$.

Czasem podawane są dodatkowe warunki, ułatwiające rozwiązanie (lub gwarantujące jego jedyność).

Rysunek obok przedstawia zadanie autorstwa **M. Penszko**, *Wiedza i życie; Puzeland,* 8/2000. Pod literami na niebieskim tle ukrywają się cyfry nieparzyste.

Zadanie autorstwa **G. Kowalewskiego**, *Rewia Rozrywki* 5/1994, kryptarytm z warunkiem dodatkowym: brak cyfr $3, 4, 5$.

W + MAJU + JAK + W = RAJU

Rozwiązanie: $7 + 1890 + 986 + 7 = 2890$.

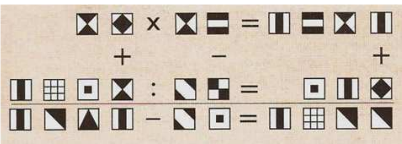
Digimetyk (ang. *digimetic*) to odmiana kryptarytmu, mająca postać poprawnego działania. Każdą z występujących w nim cyfr należy zastąpić inną (różną od niej) cyfrą. Różnym cyfrom powinny odpowiadać różne cyfry, a takim samym cyfrom – takie same. Ten typ zadania jest drukowany (choć niezbyt często) w USA i w Kanadzie.

Digimetyk autorstwa **Toma Marlow**, *Journal of Recreational Mathematics*, 2004 – 2005:

$\mathbf{297 \times 18 = 5346}$.

Rozwiązanie: $186 \times 39 = 7254$.

Algebraf z *Magazynu Miłośników Matematyki* 1/2003

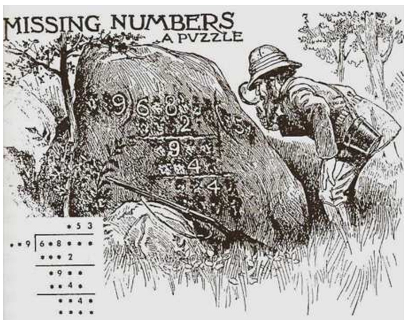


Rozwiązanie: działania w rzędach, od góry: $89 \times 83 = 7387$, $7518 : 42 = 179$, $7607 - 41 = 7566$.

Algebraf (od *algebra*, arab. *al-dżebr – połączenie* i gr. *graphein – pisać*) jest to zadanie matematyczno-logiczne, w którym cyfry zastąpiono literami (rysunkami) połączonymi w poziomie i w pionie znakami dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia. Rozwiązanie polega na odgadnięciu zaszyfrowanych cyfr (i często dodatkowego hasła) tak, by sprawdziły się wszystkie układy działań arytmetycznych. Łamigłówka znana już w okresie międzywojennym, w Polsce popularna od pierwszych lat po II wojnie światowej.

Arytmetyka szkieletowa (ang. *skeleton arithmetic*, *skeletons*, *arithmetical restorations*) to dział matematyki rekreacyjnej, obejmujący zadania, które polegają na odtwarzaniu pełnego zapisu działania arytmetycznego na podstawie jego szczątków.

Zadanie **Missing numbers** z książki *Mathematical Puzzles of Sam Loyd* pod redakcją Martina Gardnera, 1959.



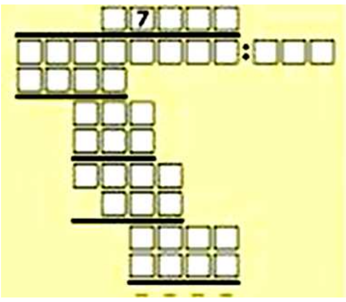
Rozwiązanie: $638897 : 749 = 853$.

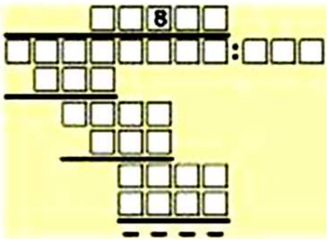
Nazwa kojarzy się ze stosowaną m. in. w archeologii i kryminalistyce rekonstrukcją antropologiczną wyglądu twarzy na podstawie zachowanej czaszki.

W działaniu arytmetycznym, którym zwykle jest mnożenie lub dzielenie, szkielet tworzą miejsca po cyfrach (i na cyfry), czyli puste kratki.

Nazwy takich łamigłówek bywają różne. W języku angielskim obok szkieletowego mnożenia lub dzielenia zadania te często występują jako kryptarytm (np. w artykułach **Martina Gardnera**). W Polsce i w wielu innych krajach zaliczane bywają do tzw. rebusów matematycznych lub liczbowych. Przed laty często gościły na łamach czasopism szaradziarskich jako **„zamazane”** lub **„zaplamione działania”**. Pod nazwą, której geneza jest podobna – **„molowe rachunki”** – znane są w Chinach i Japonii, gdzie były popularne już w XVIII wieku. Nietrudno zgadnąć, skąd określenie *molowe*: działanie zapisano na papierze, a papier powygryzały mole.

Do rozrywkowej rekonstrukcji najlepiej nadają się dwa rodzaje działań – **dzielenie** i **mnożenie**, głównie ze względu na iloczyny cząstkowe. Zapis można wówczas rozgryzać, czyli ujawniać cyfra po cyfrze, na różne sposoby, wykazując się logicznym myśleniem, sprytem i spostrzegawczością, wykorzystując przede wszystkim tabliczkę mnożenia!

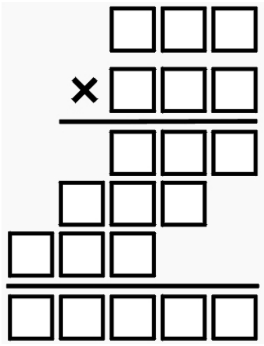




Rozwiązanie: **samotna siódemka**: 12128316 : 124 = 97809, **samotna ósemka**: 10020316 : 124 = 80809

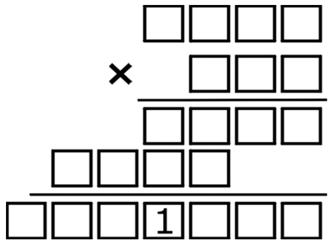
Dwa zadania (z dzieleniem) z gatunku arytmetyki szkieletowej uchodzą za klasyczne i wzorcowe. Przede wszystkim ze względu na minimalną liczbę ujawnionych cyfr oraz, oczywiście, jedno rozwiązanie. Pierwsze to **samotna siódemka** (autorstwa **H. E. Dudeneya**) opublikowana w roku 1922 na łamach *Strand Magazine*. Drugie – **samotna ósemka** (autorstwa **Charlesa W. Trigga**), z *American Mathematical Monthly* z roku 1954.

Bardzo ciekawe są też zadania „szkieletowe" bez ujawnionych cyfr.



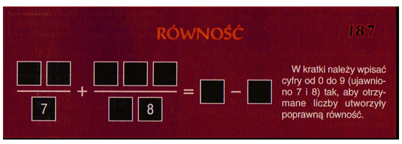
Rozwiązanie: 179 × 224 = 40096.

Na marginesie z lewej strony przedstawiono zadanie autorstwa holenderskiego matematyka **Frederika Schuha**, autora książki *The Master Book of Mathematical Recreations*. Dodatkowa informacja: w zapisie działania występują wszystkie cyfry – **każda dwukrotnie**. Obok, po prawej stronie, przykład z ***Łamibloga*** **Marka Penszko**, http://penszko.blog.polityka.pl. W systemie dziesiętnym rozszyfrowanie tego działania to zadanie dla komputera, a rozwiązań jest mnóstwo. W **systemie dwójkowym** rozwiązanie jest jedno.



Rozwiązanie: 1111 × 101 = 1001011.

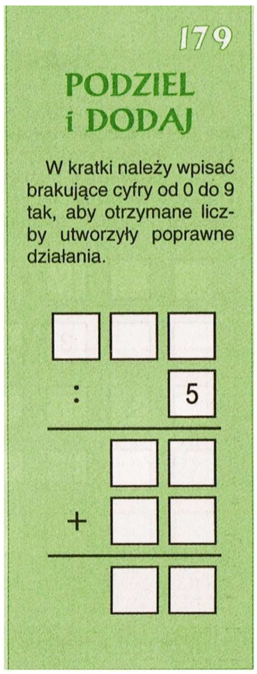
A oto przykłady z polskiej prasy szaradziarskiej:



Rozwiązanie: **równość**: 35/7 + 204/68 = 9 − 1.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku" 10/2009
Autor: Józef Archacki

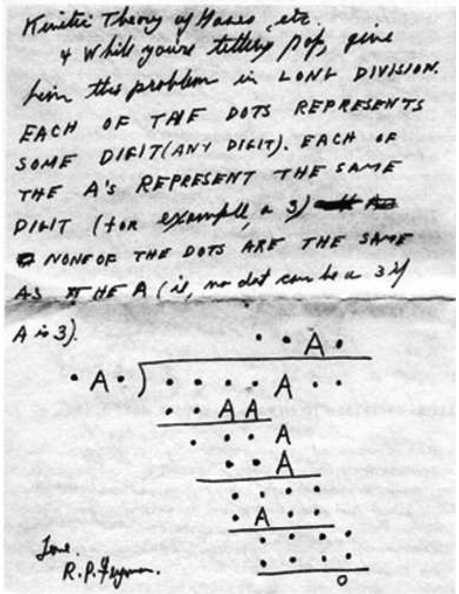
Rozwiązanie: **siedem siódemek** 2539 × 372 = 944508.



„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku" 4/2009
Autor: Sławomir Koszelew

Rozwiązanie: **podziel i dodaj**: 140 : 5 = 28 + 39 = 67.

Znanym zadaniem szkieletowym jest też tzw. **kryptarytm Feynmana**. Nazwy „kryptarytm” dla zadań szkieletowych używał w swoich książkach i artykułach między innymi **Martin Gardner**, zmarły 22 maja 2010 roku amerykański dziennikarz i popularyzator nauki, specjalizujący się w matematyce rekreacyjnej.



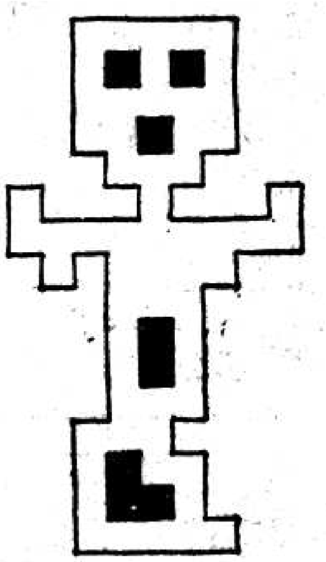
Rozwiązanie: A = 8, 3527876 : 484 = 7289.

Richard Phillips Feynman, wybitny fizyk, noblista z roku 1965, bardzo lubił łamigłówki. W jednym ze swych studenckich listów (z listopada 1939 roku) adresowanym do matki, zamieścił zadanie przeznaczone dla ojca (wówczas bardzo trudne i pracochłonne, nie było przecież kalkulatorów). Większość cyfr w zapisie dzielenia zastąpiono kreseczkami, a pozostałe literami A. Wszystkie litery A skrywają taką samą cyfrę, która nigdzie nie jest zastąpiona kropką. Feynman przyczynił się do rozpowszechnienia tej zagadki, ale nie jest ona jego dziełem. Została opublikowana w 1936 roku na łamach *American Mathematical Monthly.*

Krzyżówki liczbowe – (*Crossnumber, Nombres croisés, Kreuzzahlrätsel*) to krzyżówki różniące się od tradycyjnych przede wszystkim tym, że diagramy wypełniamy nie literami, lecz cyframi. Zamiast zwykłych objaśnień wyrazów – podawane są pewne informacje o odgadywanych liczbach (np. ich własności lub też informacje o ich sumach w wierszach, kolumnach itp.) czy też historyjki z „wplecionymi” w nie liczbami.

W polskiej prasie krzyżówki liczbowe pojawiały się w rubryce *Rozkosze Łamania Głowy*, redagowanej od 13 stycznia 1972 roku przez **Lecha Pijanowskiego** w *Życiu Warszawy*, początkowo w czwartkowym dodatku *Życie i Nowoczesność*, zaś po jego likwidacji – w numerach sobotnio-niedzielnych. Po śmierci twórcy RŁG Lecha (5 stycznia 1974 r.) rubryką zajmowali się (do 24 października 1998 roku) **Wojciech Pijanowski**, **Józef Bester**, **Józef Archacki**, **Andrzej Paszewin** i **Lech Bogusz**.

Z RŁG z roku 1973 pochodzi bardzo ciekawa (i niełatwa!) **krzyżówka pentominowa**. Do konstrukcji diagramu krzyżówki, którego kontur widać na obrazku na marginesie, użyto wszystkich dwunastu kamieni pentomina. Brzegi kamieni wyznaczają granice haseł krzyżówki. Należy odtworzyć diagram krzyżówki i rozwiązać ją.



A teraz następne zadanie — oto krzyżówka, a właściwie tylko jej kontur. Wiadomo że do jej konstrukcji użyto kompletu — wszystkich dwunastu kamieni pentomina. Brzegi kamieni wyznaczają granice haseł krzyżówki. Należy odtworzyć diagram krzyżówki i rozwiązać ją. Oto zaś definicje krzyżówki:

Poziomo: A — kwadrat najmniejszy z większych od U pionowo; B — liczba mniejsza od E pionowo; E — liczba mniejsza od L pionowo; F — liczba najmniejsza z możliwych większa od E pionowo; G — liczba pierwsza; H — liczba mniejsza od J pionowo; J — liczba pierwsza, równa trzeciej części K pionowo; Ł — liczba zapisana innymi cyframi niż O poziomo; N — liczba zapisana innymi cyframi niż Ł poziomo, równa trzeciej części sumy O poziomo i Ł poziomo; O — liczba zapisana innymi cyframi niż N poziomo; S — liczba mniejsza od T pionowo; T — zobacz U pionowo; X — zobacz T pionowo; Z — liczba mniejsza od M pionowo; Ż — jedyna liczba pierwsza większa od U pionowo i mniejsza od A poziomo-

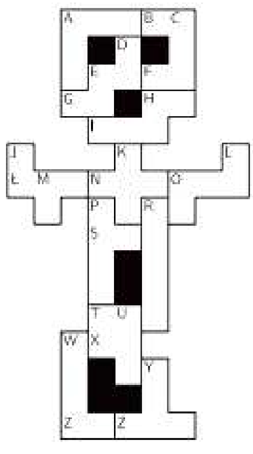
Fotokopia z RŁG – początkowy fragment

Poziomo: A - kwadrat najmniejszy z większych od U pionowo; B - liczba mniejsza od E pionowo; E - liczba mniejsza od L pionowo; F - liczba najmniejsza z możliwych większa od E pionowo; G - liczba pierwsza; H - liczba mniejsza od J pionowo; I - liczba pierwsza, równa trzeciej części K pionowo; Ł - różnocyfrowa liczba zapisana innymi cyframi niż O poziomo; N - różnocyfrowa liczba zapisana innymi cyframi niż Ł poziomo, równa trzeciej części sumy O poziomo i Ł poziomo; O - różnocyfrowa liczba zapisana innymi cyframi niż N poziomo; S - liczba mniejsza od T pionowo; T - zobacz U pionowo; X - zobacz T pionowo; Z - liczba mniejsza od M pionowo; Ż - jedyna liczba pierwsza większa od U pionowo i mniejsza od A poziomo

Pionowo: A - liczba podzielna przez najmniejszą liczbę pierwszą, której suma cyfr nie jest liczbą pierwszą; C - kwadrat; D - cyfra dziesiątek tej liczby jest identyczna z cyfrą jedności O pionowo; E - liczba mniejsza od F poziomo; H - liczba niemniejsza od E pionowo; J - liczba mniejsza od S poziomo; K - liczba zapisana trzema kolejnymi cyframi; L - liczba mniejsza od Z poziomo; M - liczba mniejsza od H poziomo; O - cyfra jedności tej liczby jest taka sama, jak cyfra jedności N poziomo; P - wielokrotność G poziomo i L pionowo mniejsza niż podwojone W pionowo; R - sześcian E pionowo, największy z możliwych; T - liczba mniejsza od B poziomo; U - sześcian, największy z mniejszych od A poziomo; W - tę liczbę dzieli zarówno H pionowo, jak i T pionowo; Y - wielokrotność liczby zapisanej tymi samymi cyframi, co T pionowo, lecz w innym porządku; liczba mniejsza od A pionowo.

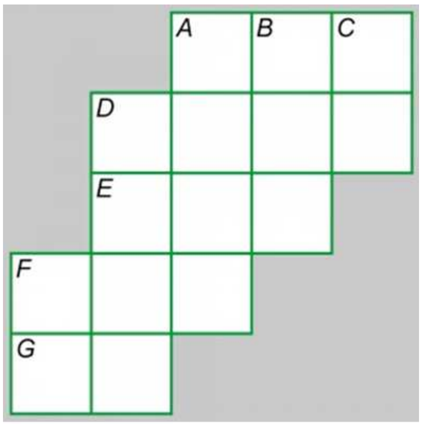
Rozwiązanie:

Poziomo: $A = 225, B = 38, E = 30, F = 41, G = 19, H = 34, I = 229, \; = 537, N = 486, O = 921, S = 36, T = 32, X = 71, Z = 32, \; = 223$. **Pionowo:** $A = 299, C = 841, D = 60, E = 39, H = 39, J = 35, K = 687, L = 31, M = 33, O = 96, P = 2356, R = 59319, T = 37, U = 216, W = 1443, Y = 292$.



Układ kamieni pentomina w diagramie

Krzyżówka z **V Łamigłówkowych Mistrzostw świata** w Utrechcie z roku 1996.



Poziomo: (A) $3F$ pionowo; (D) G^2; (E) $7C$ 1; (F) A poziomo + E; (G) C.
Pionowo: (B) $6G$; (C) F pionowo + 6; (D) D poziomo 210; (F) $(B + 9) : 7$.

Rozwiązanie:
Poziomo: (A) 135; (D) 2601; (E) 356; (F) 491; (G) 51;
Pionowo: (A) 1651; (B) 306; (C) 51; (D) 2391; (F) 45.

Przykład z polskiej prasy szaradziarskiej

185 KRZYŻÓWKA

Poziomo:
1) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku malejącym.
4) kwadrat kwadratu liczby.
5) kwadrat liczby.
6) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku rosnącym.
8) iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych.

Pionowo:
2) iloczyn sześcianu liczby i liczby pierwszej.
3) liczba pierwsza.
4) sześcian liczby.
5) kwadrat liczby pierwszej.
7) suma pięciu kolejnych liczb naturalnych.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku" 1/2009
Autor: Zbigniew Zarzycki

Rozwiązanie: **Poziomo**: (1) 6543; (4) 16; (5) 81; (6) 2345; (8)210;
Pionowo: (2) 5632; (3) 31; (4) 125; (5) 841; (7) 50.

Zadania logiczne – najpopularniejszy obecnie – po krzyżówkach – typ rozrywki umysłowej polegającej na znalezieniu rozwiązania postawionego problemu przez zgodne z zasadami logiki wyciąganie wniosków z podanych informacji (przesłanek). Ze względu na sposób ich rozwiązywania zwane są często tabelkowymi (ang. *logic-grid puzzles*). W Polsce popularyzował je na przełomie lat 60. i 70. **Lech Pijanowski**, głównie za pośrednictwem panów Abackiego, Babackiego, Cabackiego i pozostałych.

Bardzo znane jest *zadanie (zagadka) Einsteina*, opublikowana tuż przed gwiazdką 1962 roku w wydaniu międzynarodowym amerykańskiego czasopisma *Life* z dopiskiem, że zagadka powstała, gdy przyszły noblista był chłopcem. Być może młody Einstein zetknął się w czasach swej młodości z tego typu zadaniami, nie ma jednak żadnych dowodów na to, że go szczególnie interesowały, ani też, że jest autorem komentarza: *zadanie to jest tak trudne, że potrafi je rozwiązać tylko dwa procent ludzkości.*

Kto ma zebrę?

Jest pięć domów, każdy dom pomalowany jest na inny kolor, w każdym mieszka pan innej nacji, który hoduje inny gatunek zwierzęcia oraz gustuje w innym napoju i w innych papierosach.

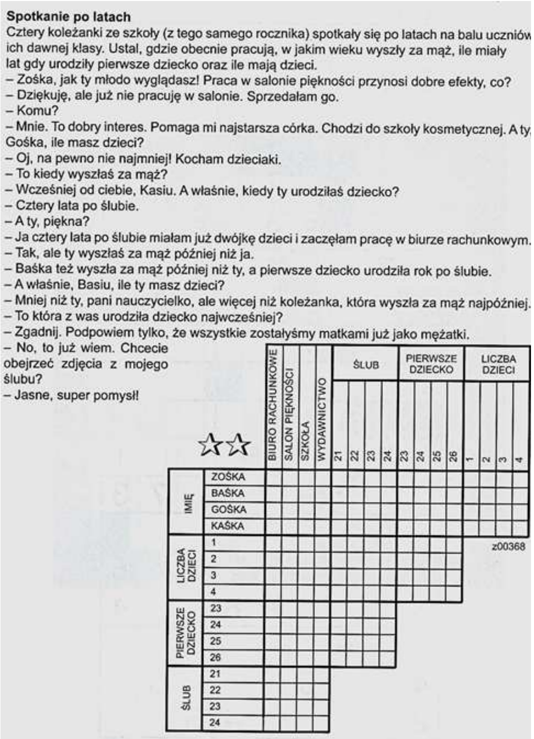
Kto pije wodę? Kto ma zebrę?

Łamigłówka ta doczekała się wielu wariantów (w najbardziej znanym zebrę zastąpiły rybki).
Rozwiązanie: Norweg pije wodę, Japończyk hoduje zebrę . . .

1. W czerwonym domu mieszka Anglik
2. Hiszpan hoduje psa
3. Lokator zielonego domu pije kawę
4. Ukrainiec gustuje w herbacie
5. Zielony dom stoi na prawo od białego, tuż obok
6. Palacz old goldów hoduje ślimaki
7. Ten, kto mieszka w żółtym domu, pali koole
8. Mleko pije lokator środkowego domu
9. W pierwszym domu mieszka Norweg
10. Palący chesterfieldy mieszka tuż obok właściciela lisa
11. Koole pali sąsiad właściciela konia
12. Palacz lucky strikeów pije sok pomarańczowy
13. Parliamenty pali Japończyk
14. Norweg mieszka tuż obok niebieskiego domu

Przykład z polskiej prasy szaradziarskiej.

Zadanie z czasopisma *Łamigłówki logiczne. Logi-Mix*, marzec 2012.


Spotkanie po latach

Cztery koleżanki ze szkoły (z tego samego rocznika) spotkały się po latach na balu uczniów ich dawnej klasy. Ustal, gdzie obecnie pracują, w jakim wieku wyszły za mąż, ile miały lat gdy urodziły pierwsze dziecko oraz ile mają dzieci.

– Zośka, jak ty młodo wyglądasz! Praca w salonie piękności przynosi dobre efekty, co?
– Dziękuję, ale już nie pracuję w salonie. Sprzedałam go.
– Komu?
– Mnie. To dobry interes. Pomaga mi najstarsza córka. Chodzi do szkoły kosmetycznej. A ty, Gośka, ile masz dzieci?
– Oj, na pewno nie najmniej! Kocham dzieciaki.
– To kiedy wyszłaś za mąż?
– Wcześniej od ciebie, Kasiu. A właśnie, kiedy ty urodziłaś dziecko?
– Cztery lata po ślubie.
– A ty, piękna?
– Ja cztery lata po ślubie miałam już dwójkę dzieci i zaczęłam pracę w biurze rachunkowym.
– Tak, ale ty wyszłaś za mąż później niż ja.
– Baśka też wyszła za mąż później niż ty, a pierwsze dziecko urodziła rok po ślubie.
– A właśnie, Basiu, ile ty masz dzieci?
– Mniej niż ty, pani nauczycielko, ale więcej niż koleżanka, która wyszła za mąż najpóźniej.
– To która z was urodziła dziecko najwcześniej?
– Zgadnij. Podpowiem tylko, że wszystkie zostałyśmy matkami już jako mężatki.
– No, to już wiem. Chcecie obejrzeć zdjęcia z mojego ślubu?
– Jasne, super pomysł!

Ciekawostki. Zadania związane w różny sposób z matematyką pojawiają się na Szaradziarskich Mistrzostwach Polski, organizowanych co dwa lata przez redakcję *Rozrywki*. Na przykład w eliminacjach korespondencyjnych **XI Szaradziarskich Mistrzostw Polski** w roku 2006 (co – jak się okazało – miało ogromne znaczenie!) pojawiło się liczbowe zadanie, które sprawiło wszystkim sporo kłopotów ...

Rozwiązanie: ROK NA OPAK, po zanagramowaniu PAROKONKA (dorożka zaprzężona w dwójkę koni).

Rozwiązanie: KAMIL STOCH.

W eliminacjach strefowych **XV Szaradziarskich Mistrzostw Polski** w roku 2014 pojawił się rebus również związany w pewnym stopniu z liczbami ...

Matematyczne akcenty można znaleźć też w krzyżówkach hetmańskich, które pojawiają się w polskiej prasie szaradziarskiej. Każde „hetmańskie” określenie podaje dwie różne drogi dotarcia do szukanego słowa – jedna to dość ogólnikowe znaczenie wyrazu, druga zaś odnosi się do budowania tego słowa z innych wyrazów lub ich fragmentów. Aby utrudnić pracę rozwiązującemu, autorzy często tworzą fałszywe tropy, wykorzystując różne znaczenia wyrazów (homonimię), skróty itp. Interpunkcję przy rozwiązywaniu najlepiej ignorować! Pewne wyrazy (np. *zmieszany, szalona*) sugerują konieczność przestawiania liter (anagramowania), z kolei *głowa, ogon* oznaczają odpowiednio początek lub koniec wyrazu.

Na przykład krzyżówka hetmańska od A do Ż autorstwa **Ryszardy i Adama Sumerów** z *Rewii Rozrywki*, 4/2015:

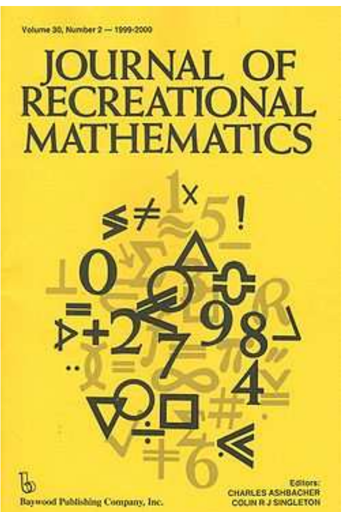
Połowiczna reguła: głos kozy może być niewłaściwy.

Rozwiązanie: *Połowiczna reguła* – oznacza, że ze słowa „reguła” bierzemy tylko „uła”, zaś *głos kozy* – to oczywiście „mek”, co daje nam **„UŁAMEK”**, który jak najbardziej *może być niewłaściwy*.

Inny przykład, ze specjalną dedykacją dla Profesora Marka Kordosa, który zawsze się dziwił mojemu umiłowaniu „hetmanek”.

Szalona reprezentacja tajnych współpracowników jest potęgą!

Rozwiązanie: *Szalona* – oznacza, że zwrot „kadra TW”, który oznacza *reprezentację tajnych współpracowników* musimy zanagramować, otrzymując **„KWADRAT”**, który oczywiście *jest potęgą*.



Polskie akcenty w *Journal of Recreational Mathematics*

Journal of Recreational Mathematics to amerykańskie czasopismo poświęcone matematyce rekreacyjnej, ukazujące się od roku 1968.

Niewielu Polaków dostąpiło zaszczytu publikowania w tym bardzo cenionym czasopiśmie, w którym ukazywały się też zadania **Donalda Ervina Knutha** amerykańskiego matematyka, informatyka, emerytowanego profesora w katedrze informatyki Uniwersytetu Stanforda, jednego z pionierów informatyki, najbardziej znanego z wielotomowego dzieła *The Art of Computer Programming*, autora systemu składu drukarskiego TEX i języka opisu fontów METAFONT.

W numerze 12(2), 1979 – 80 pojawił się pierwszy alfametyk **Marka Penszko**:

6 $\times$ **OWCA** + 6 $\times$ **BARAN** = **STADO**, zaś w numerze 12(3), 1979–80 — kolejny: **CHMURA + CHMURA = DESZCZ.**

Z kolei **Michał Szurek** opublikował pierwsze ze swoich zadań w numerze JRM 14(1), 1981–82: **DESZCZ + DESZCZ + DESZCZ = POWÓDŹ**, a kolejne — w numerze 21(2) 1989: $\mathbf{I}^{\mathbf{AM}}$ = **DALI**.

Jednak najbardziej znanym i najwięcej publikującym w JRM Polakiem jest **Andrzej Bartz**, czołowy polski popularyzator matematyki rozrywkowej, wybitny autor kryptarytmów i alfametyków (w ponad 20 językach). Ukończył Sekcję Metod Numerycznych i Maszyn Matematycznych na Wydziale Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. W latach 1969-87 był pracownikiem Politechniki Warszawskiej (jako starszy asystent i potem główny specjalista ds. zastosowań matematyki). Od roku 1987 mieszka w Niemczech (do niedawna w Erlangen), pracuje jako informatyk w Herzogenaurach w siedzibie głównej koncernu Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG.
Jako jedyny na świecie tworzy wielojęzyczne układy alfametyków. Ułożył też najdłuższy możliwy alfametyk zapisany cyframi rzymskimi. Debiutował w 1957 r. w *Przygodzie* (jeszcze jako uczeń szkoły podstawowej), potem w *Rozrywce* (już jako licealista) w 1962 roku. Studia i pierwsze lata pracy wyłączyły go z szaradziarstwa. Powrócił dopiero w roku 1980. Prócz *Rozrywki*, *Rewii Rozrywki* i *Szaradzisty* współpracował też z *Sam Na Sam*. Na początku lat 80-tych nawiązał współpracę z *Journal of Recreational Mathematics*, pierwsze jego publikacje w JRM miały miejsce w latach 1983–1984. Układanie rekordowych alfametyków pozwoliło mu połączyć trzy pasje: matematykę, informatykę i szaradziarstwo. Za języki „przyjazne” autorom alfametyków uważa np. angielski i włoski, zaś polski i niemiecki – jako raczej „niezbyt przyjazne” ...

Jako przykłady zadań Andrzeja Bartza z JRM niech posłużą: układ angielskich kryptarytmów z numeru 16(2); 1983–84:

FOUR + FIVE = NINE, FOUR + SIX = FIVE + FIVE;

kryptarytm w języku swahili z numeru 33(3), 2004–05:

$(\mathbf{INE})^2 + (\mathbf{TATU})^2 = (\mathbf{TANO})^2$

oraz kryptarytm w języku esperanto z tego samego numeru:

$(\mathbf{TRI})^2 + (\mathbf{KVAR})^2 = (\mathbf{KVIN})^2$.

Ostatnie dwa z pewnością skojarzą się Czytelnikom z pewnym znanym twierdzeniem ...

Rekordowe polskie alfametyki autorstwa Andrzeja Bartza robią wrażenie! Autor pisze, że *„... każdy z nich to tygodnie, a w niektórych przypadkach miesiące nieprzerwanej pracy (24/7) moich komputerów, że o moim nakładzie pracy nie wspomnę ... ”*.

Łatwo uwierzyć patrząc choćby na poniższy alfametyk!

20 $\times$ CZTERYTYSIĄCE + TYSIĄCCZTERY + TYSIĄCSTO + 9 $\times$ $\times$ TYSIĄC + 3 $\times$ STOCZTERY + 20 $\times$ STOTRZY + 27 $\times$ STO + +26 $\times$ CZTERY + 2240 $\times$ TRZY = STOTRZYTYSIĄCE

Rozwiązanie: C = 2, Z = 7, T = 6, E = 8, R = 1, Y = 9, I = 3, ą = 4, S = 5, O = 0.

$$\begin{array}{r} \mathrm{SEND} \\ +\,\mathrm{MORE} \\ \hline \mathrm{MONEY} \end{array}$$

Jak to rozwiązać? Garść wskazówek ...

Rozwiążemy słynny alfametyk Dudeneya.

Ponumerujmy kolumny od prawej do lewej. Mamy wtedy z kolumny 5, że **M = 1** (jedyna możliwa cyfra z przeniesienia z kolumny 4). Dalej z kolumny 4 dostajemy, że S+1 wynosi co najmniej 9, a więc **S = 8** lub **S = 9** oraz **O = 0**. Gdyby było przeniesienie z kolumny 3 do 4, to musiałoby być **E = 9** i **N = 0**, co jest niemożliwe, bo mamy już **O = 0**. Skoro więc nie ma tego przeniesienia, to musi być $\mathbf{S = 9}$. Gdyby nie było przeniesienia z kolumny 2 do 3, to musiałoby być E = N, co jest niemożliwe. Musi więc być N = E + 1. Gdyby nie było przeniesienia z kolumny 1 do 2, to byłoby N + R = E (mod 10), a więc E + 1 + R = E (mod 10), a stąd $\mathbf{R = 9}$, co jest niemożliwe, bo już mamy $\mathbf{S = 9}$. Musi więc być $\mathbf{R = 8}$. Ponieważ mamy przeniesienie z kolumny 1 do 2, to musi być D + E = 10 + Y. Y nie może być równe ani 0 ani 1, mamy więc, że D + E wynosi co najmniej 12. Dalej, D jest równe co najwyżej 7 (8 i 9 są już zajęte), podobnie N jest równe co najwyżej 7, a ponieważ N = E + 1, to E jest równe co najwyżej 6 (ale nie mniej niż 5, bo razem z D musi dawać co najmniej 12). Gdyby było E = 6, to musiałoby być D = 7, ale wtedy mielibyśmy również N = 7, co jest niemożliwe. Otrzymujemy więc, że $\mathbf{E = 5}$ i dalej $\mathbf{N = 6, D = 7}$ oraz $\mathbf{Y = 2}$. Ostatecznie mamy **9567 + 1085 = 10652.**

A teraz rozwiążemy kryptarytm Michała Szurka $\mathbf{I^{AM}} = \mathbf{DALI}$.

Łatwo zauważyć, że pod literą I może się ukrywać jedynie cyfra 2. Oczywiste jest bowiem, że nie może to być cyfra 1, zaś 3 podniesione do najmniejszej możliwej dwucyfrowej potęgi – czyli do 10 – jest równe 59049, jest więc liczbą pięciocyfrową! Wystarczy więc teraz znaleźć taki wykładnik potęgi o podstawie 2, aby otrzymać w wyniku potęgowania liczbę o cyfrze jedności 2. Warunek ten spełnia 13, mamy więc $\mathbf{2^{13}} = \mathbf{8192}$.

Wspominany już kilkakrotnie **Martin Gardner** napisał w artykule *Mathematics and Wordplay*:

„. . . matematycy są jak dzieci, bardzo wielu z nich uwielbia bawić się słowami” . . .

Te słowa są najlepszym podsumowaniem mojego artykułu!

Na koniec polecam zainteresowanym książki, czasopisma i strony internetowe, na których można znaleźć zadania z pogranicza matematyki i szaradziarstwa.

Literatura

1. Lech Bogusz, Piotr Zarzycki, Jerzy Zieliński, *Łamigłówki logiczne* (tom 1,2), Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2010

2. Martin Gardner, *Moje najlepsze zagadki matematyczne i logiczne*, Oficyna Wydawnicza QUADRIVIUM, 1998

3. B. Kordiemski, *Rozrywki matematyczne*, Wiedza Powszechna 1956

4. Katarzyna Lipszyc, *Kryptarytmy. Arytmetyka słów*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2013

5. Matthew Michalewicz, Zbigniew Michalewicz, *Nauczanie łamigłówkowe*, Wyd. PJWSTK, Warszawa 2010

6. Marek Penszko, *Łamigłówki. Podróże w Krainę Matematyki Rekreacyjnej*, Prószyński i S-ka, 2009

7. Ken Russel, Philip Carter, *Łamigłówki liczbowe*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2006

8. David Wells, *Cudowne i interesujące łamigłówki matematyczne*, Zysk i S-ka, Poznań 2002

9. Nobuyuki Yoshigahara, *101 Łamigłówek wyzwanie mistrza*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2013

Czasopisma

Rewia Rozrywki, *Rozrywka. Nie Tylko Sudoku*, *Łamigłówki logiczne. Logi-Mix*, *Magazyn Miłośników Matematyki.*

Strony internetowe

1. http://penszko.blog.polityka.pl *(blog Marka Penszko)*

2. http://www.sfinks.org.pl/index.php *(strona Polskiego Stowarzyszenia Miłośników Gier i Łamigłówek)*

3. http://cryptarithms.awardspace.us/index.html (*Cryptarithms online)*

4. www.PuzzleBasedLearning.edu.au *(strona autorów książki Nauczanie łamigłówkowe)*